24 三角形の合同の証明

レッスン 4014 仮定と結論

ポイント

● 「○○○ならば△△△」という形で述べられる文では「ならば」の前の「○○○」の部分を**仮定**，「ならば」の後の「△△△」の部分を**結論**という

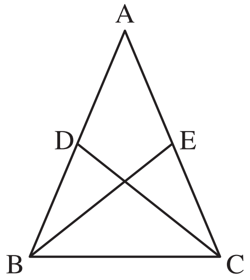
問題

次のことがらについて，仮定と結論を答えなさい。

(1) 平面上の 3 直線 ℓ，m，n で，$\ell \mathbin{/\!/} m$，$m \perp n$ ならば，$\ell \perp n$ である。

(2) x が 4 の倍数ならば，x は偶数である。

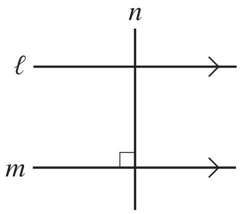
(3) 右の図で，$\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$，$\mathrm{AD} = \mathrm{AE}$ ならば，$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{ACD}$ である。



解答

(1) 仮定：$\boldsymbol{\ell \mathbin{/\!/} m,\ m \perp n}$
結論：$\boldsymbol{\ell \perp n}$
…（答）

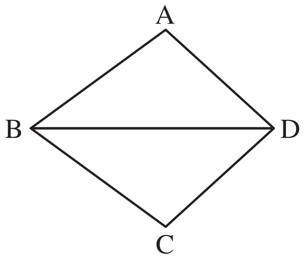
(1)



(2) 仮定：**$\boldsymbol{x}$ が 4 の倍数**
結論：**$\boldsymbol{x}$ は偶数**
…（答）

(3) 仮定：$\mathbf{AB = AC,\ AD = AE}$
結論：$\boldsymbol{\angle}\mathbf{ABE} = \boldsymbol{\angle}\mathbf{ACD}$
…（答）

次のことがらについて，仮定と結論を答えなさい。



(1) $x > y$ ならば，$-5x < -5y$ である。

(2) 右の図で，$\mathrm{AB} = \mathrm{CB}$，$\mathrm{AD} = \mathrm{CD}$ ならば，$\triangle\mathrm{ABD} \equiv \triangle\mathrm{CBD}$ である。

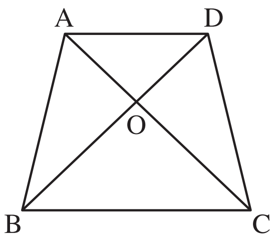
三角形の合同の証明①

ポイント

● 証明（しょうめい）：すでに正しいと認められていることがらを根拠にして，仮定から結論を導くこと

問題

右の図の四角形 ABCD で，2 つの対角線の交点を O とする。
OA ＝ OD，OB ＝ OC ならば △OAB ≡ △ODC であることを次のように証明する。このとき，空欄 [(1)] ～ [(3)] を埋めなさい。

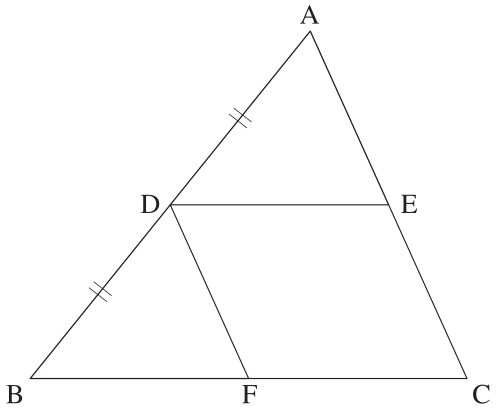


【証明】
△OAB と △ODC において，[(1)] より
OA ＝ OD，OB ＝ OC　…①
[(2)] から
∠AOB ＝ ∠DOC　…②
①，②より，[(3)] から
△OAB ≡ △ODC　（証明終）

解答

【証明】
△OAB と △ODC において，[(1) 仮定] より
OA ＝ OD，OB ＝ OC　…①
[(2) 対頂角は等しい] から
∠AOB ＝ ∠DOC　…②
①，②より，[(3) 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい] から
△OAB ≡ △ODC　（証明終）

次の図の $\triangle ABC$ で，$AD = DB$，$DE \parallel BC$，$DF \parallel AC$ ならば，$\triangle ADE \equiv \triangle DBF$ であることを次のように証明する。このとき，空欄 [⑴] ～ [⑷] を埋めなさい。



【証明】

$\triangle ADE$ と $\triangle DBF$ において，[⑴] より

$AD = DB$ …①

[⑵] より，平行線の同位角は等しいから

$\angle ADE = \angle DBF$ …②

[⑶] より，平行線の同位角は等しいから

$\angle DAE = \angle BDF$ …③

①，②，③より，[⑷] から

$\triangle ADE \equiv \triangle DBF$ （証明終）

三角形の合同の証明②

ポイント

● 2つの三角形が合同であることを証明するとき，次のように証明を進める

（例）△OAB と △ODC において，　　←**証明したい2つの三角形**を書く

仮定より

OA = OD，OB = OC　…①

対頂角は等しいから

∠AOB = ∠DOC　…②

（↑ **根拠とともに等しい辺や角**を示す）

①，②より，2組の辺とその間の角が

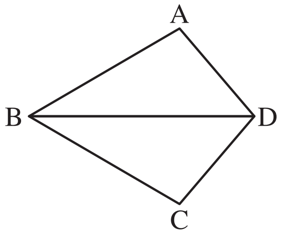
それぞれ等しいから

（↑ **合同条件**を述べる）

△OAB ≡ △ODC　（証明終）　　←**結論**を述べる

問題

右の図の四角形 ABCD で，AB = BC であり，対角線 BD は ∠B を2等分するとき，△ABD ≡ △CBD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △CBD において，仮定より

[(1)]　…①

[(2)]　…②

また

[(3)] は共通　…③

①，②，③より，[(4)] から

△ABD ≡ △CBD　（証明終）

解答

【証明】

△ABD と △CBD において，仮定より

[(1) AB = CB]　…①

[(2) ∠ABD = ∠CBD]　…②

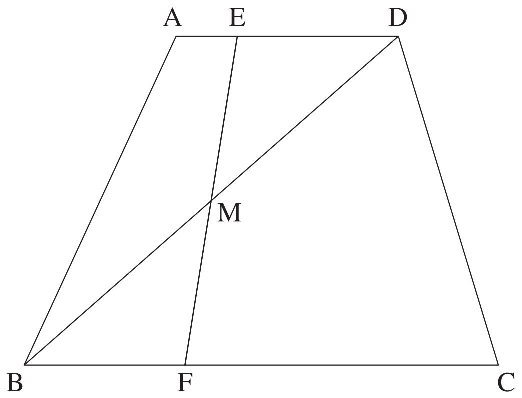
また

[(3) BD] は共通　…③

①，②，③より，[(4) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい] から

△ABD ≡ △CBD　（証明終）

次の図のような AD // BC である台形 ABCD がある。辺 AD，BC 上に，ED = FB となるように点 E，F をそれぞれとる。線分 BD，EF の交点を M とするとき，△EMD ≡ △FMB であることを次のように証明する。このとき，空欄 [(1)] ～ [(4)] を埋めなさい。



【証明】

△EMD と △FMB において，仮定より

[(1)] …①

AD // BC より，[(2)] から

∠EDM = ∠FBM …②

[(3)] …③

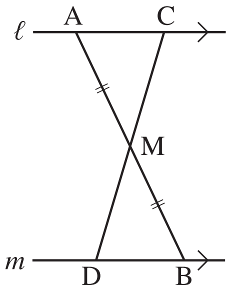
①，②，③より，[(4)] から

△EMD ≡ △FMB （証明終）

三角形の合同を利用した証明

問題

右の図で，2 点 A，B はそれぞれ平行な 2 直線 ℓ，m 上にある。線分 AB の中点 M を通る直線が ℓ，m と交わる点をそれぞれ C，D とするとき，AC = BD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△AMC と △BMD において，仮定より

AM = BM …①

対頂角は等しいから

(1) …②

ℓ // m より，(2) から

∠CAM = ∠DBM …③

①，②，③より，(3) から

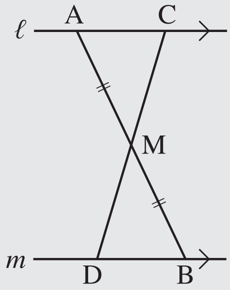
△AMC ≡ △BMD

よって，(4) から

AC = BD （証明終）

ポイント

- △AMC と △BMD が合同であることを示せれば，対応する辺が等しいことから AC = BD を証明できる



解答

【証明】

△AMC と △BMD において，仮定より

$AM = BM$ …①

対頂角は等しいから

(1) $\angle AMC = \angle BMD$ …②

$\ell \parallel m$ より，(2)平行線の錯角は等しい から

$\angle CAM = \angle DBM$ …③

①，②，③より，(3) 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい から

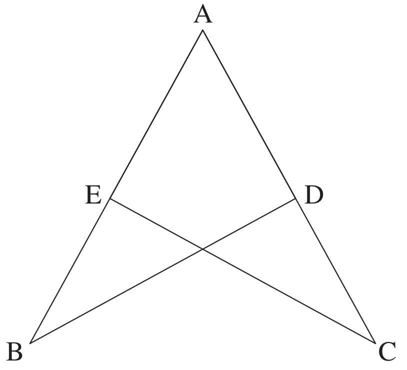
$\triangle AMC \equiv \triangle BMD$

よって，(4)対応する辺は等しい から

$AC = BD$ （証明終）

確認テスト 三角形の合同を利用した証明

次の図で，$AB = AC$，$AD = AE$ ならば，$BD = CE$ であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △ACE において，仮定より

$AB = AC$ …①

(1) …②

また

(2) は共通 …③

①，②，③より (3) から

$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

よって，(4) から

$BD = CE$ （証明終）